



TUGAS AKHIR - SM141501

**KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA PADA
TERJUN PAYUNG DENGAN AKROBAT
PERUBAHAN POSISI SEBELUM PARASUT
DIBUKA**

ASMIANTO
NRP 1212100057

Dosen Pembimbing:
Dr. Hariyanto, M.Si
Drs. Iis Herisman, M.Sc

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2016



FINAL PROJECT - SM141501

**CONSTRUCTION OF THE PARACHUTE JUMPER
MODEL WITH CHANGE POSITION ACROBATIC
BEFORE OPENED PARACHUTE**

ASMIANTO
NRP 1212100057

Supervisors:
Dr. Hariyanto, M.Si
Drs. Iis Herisman, M.Sc

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Science
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2016

LEMBAR PENGESAHAN

**KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA PADA
TERJUN PAYUNG DENGAN AKROBAT
PERUBAHAN POSISI SEBELUM PARASUT
DIBUKA**

**CONSTRUCTION OF THE PARACHUTE JUMPER
MODEL WITH CHANGE POSITION ACROBATIC
BEFORE OPENED PARACHUTE**

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Untuk
Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada

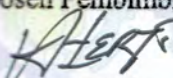
Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Matematika Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:
ASMIANTO
NRP. 1212100057

Dosen Pembimbing II,

Menyetujui,

Dosen Pembimbing I.


Drs. Iis Herisman, M.Sc

NIP. 19601002 198903 1 002


Dr. Hariyanto, M.Si

NIP. 19530414 198203 1 002

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika
FMIPA ITS


Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, 25 Juli 2016

KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA PADA TERJUN PAYUNG DENGAN AKROBAT PERUBAHAN POSISI SEBELUM PARASUT DIBUKA

Nama Mahasiswa : Asmianto
NRP : 1212100057
Jurusan : Matematika FMIPA-ITS
Pembimbing : 1. Dr. Hariyanto, M.Si
2. Drs. Iis Herisman, M.Sc

Abstrak

Konstruksi model matematika dari pergerakan penerjun payung selama di udara sebelum parasut dibuka menggunakan hukum II newton yaitu $\sum F = ma$. Posisi penerjun payung setelah keluar dari pesawat langsung membentangkan badannya sehingga tercipta hambatan udara yang besar. Adanya gaya hambat udara mengakibatkan pergerakan penerjun tidak langsung bergerak turun secara vertikal kebawah namun juga bergeser kearah horisontal dan membentuk lintasan parabola. Kecepatan penerjun semakin ke bawah semakin meningkat sampai pada akhirnya penerjun mencapai kecepatan terminal, yaitu posisi dimana gaya hambat udara besarnya sama dengan gaya gravitasi (gaya berat) penerjun. Pada tugas akhir ini diasumsikan penerjun payung dengan massa 91.6 kg (termasuk peralatan) melompat dari pesawat pada ketinggian 5000 meter dan penerjun mencapai ketinggian ± 400 meter pada detik ke 32. Pada detik ini merupakan batas terakhir bagi penerjun payung untuk membuka parasut, karena jika terlambat 1 detik saja bisa membahayakan nyawa penerjun.

Kata kunci: Hukum newton, Gaya hambat udara, kecepatan terminal

CONSTRUCTION OF THE PARACHUTE JUMPER MODEL WITH CHANGE POSITION ACROBATIC BEFORE OPENED PARACHUTE

Name : Asmianto
NRP : 1212100057
Department : Matematika FMIPA-ITS
Supervisors : 1. Dr. Hariyanto, M.Si
2. Drs. Iis Herisman, M.Sc

Abstract

Construction of mathematical models the movement of a parachutist during the air before opened parachute using Newton's II law is $\Sigma F = ma$. Position parachutist after exiting the plane immediately unfurled his body so as to create a large air resistance. The presence of air drag resulting movement indirectly parachutist moves down vertically downwards but also shifting toward horizontal and form a parabolic trajectory. Free diver getting down increased until eventually the parachutist reaches terminal velocity it's the position where the air drag is equal to the gravitational force (gravity) jumpers. In this final project is assumed to be parachutist with 91.6 kg mass (including equipment) jumping from a plane at an altitude of 5.000 meters and reach a height of parachutist ± 400 meters in seconds to 32. At this very second is the last limit for parachutist to open the parachute, as if just one second too late could endanger the lives of parachutist.

Keywords: Newton's Law, drag force, terminal velocity

DAFTAR ISI

	Halaman
Abstrak	vii
Abstract	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR ISTILAH	xix
DAFTAR SIMBOL	xxi
BAB I	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	3
1.6 Sistematika Penulisan	3
BAB II	5
2.1 Parasut	5
2.2 Hukum Newton	6
2.3 Dasar Persamaan Gerak	7
2.4 Geometri Transformasi	8
2.4.1 Transformasi Sumbu koordinat penerjun	10

BAB III.....	17
3.1 Study Literatur.....	17
3.2 Pembentukan Model.....	17
3.3 Penyelesaian Numerik.....	17
3.4 Simulai Numerik.....	17
3.5 Kesimpulan.....	18
3.6 Pembuatan Laporan Tugas Akhir.....	18
BAB IV	19
4.1 Kinematika Penerjun payung.....	19
4.2 Kecepatan terminal	27
4.3 Simulasi dan Analisis	28
4.3.1 Analisis kecepatan terminal penerjun payung	33
BAB V	35
5.1 Kesimpulan	35
5.2 Saran	36
DAFTAR PUSTAKA.....	37
LAMPIRAN A	39
LAMPIRAN B	47
BIODATA PENULIS.....	61

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	:	Rotasi pada sumbu x	10
Gambar 2.2	:	Rotasi pada sumbu y	11
Gambar 2.3	:	Rotasi pada sumbu z	12
Gambar 4.1	:	Posisi penerjun payung selama diudara	17
Gambar 4.2	:	Gaya –gaya yang bekerja pada penerjun payung selama di udara.....	18
Gambar 4.3	:	Gerak rotasi posisi penerjun payung di udara.....	21
Gambar 4.4	:	Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka (Simulasi1).....	28
Gambar 4.5	:	Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka (Simulasi 2).....	30
Gambar 4.6	:	Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka (Simulasi1).....	31
Gambar 4.7	:	Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka (Simulasi 4).....	32

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	:	Besar kecepatan terminal dari berbagai objek.....	8
-----------	---	---	---

DAFTAR ISTILAH

- Drag force* : Gaya hambat udara (gaya yang menghambat pergerakan sebuah benda yang dalam hal ini menghambat pergerakan penerjun selama di udara)
- Akrobatik* : Pertunjukan atau peragaan yang dilakukan oleh penerjun payung selama melayang di udara
- Bilangan Reynold* : Rasio antara gaya inersia (vsp) terhadap gaya viskos (μ/L) yang mengkuantifikasikan hubungan kedua gaya tersebut dengan suatu kondisi aliran tertentu
- Kecepatan Terminal* : Kecepatan dimana gaya berat penerjun sama dengan gaya hambat udara

DAFTAR SIMBOL

ΣF	: Resultan gaya dari penerjun payung
F_g	: Gaya gravitasi dari penerjun payung
F_d	: Gaya hambat udara terhadap penerjun
m	: Massa keseluruhan dari penerjun
v	: kecepatan penerjun selama diudara (m/s)
v_T	: Kecepatan terminal penerjun payung
g	: percepatan gravitasi
ρ	: Massa jenis udara (Kg/m^3)
A	: Luas penampang (m^2)
x	: posisi (m)
a	: Percepatan(m/s)
H	: Ketinggian awal (m)
H'	: Ketinggian saat t (m)
t	: Waktu (s)
C_d	: Koefisien drag

BAB I

PENDAHULUAN

Bab ini membahas latar belakang yang mendasari penulisan Tugas Akhir. Di dalamnya mencakup identifikasi permasalahan pada topik Tugas Akhir ini. Uraian ini bersifat umum yang menjelaskan secara ringkas hal – hal yang akan dilakukan pada penyelesaian Tugas Akhir. Informasi yang telah diperoleh tersebut kemudian dirumuskan permasalahan yang akan dibahas, tujuan, dan manfaat dari Tugas Akhir.

1.1 Latar Belakang Masalah

Terjun payung merupakan salah satu olahraga yang paling ekstrim. Selain itu, terjun payung juga biasa digunakan untuk menyelamatkan kehidupan seorang pilot dan mendistribusikan tentara di tempat terpencil. Sekarang ini terjun payung yang khas dipakai adalah pada ketinggian 4000 meter dengan membuka parasut pada ketinggian 800 meter dari tanah. Terjun payung berlangsung kurang dari satu menit.[1]

Dalam melakukan terjun payung, sebelum melakukan lompatan penerjun selalu memperhatikan tekanan udara, ketinggian minimum awal melakukan lompatan dan jarak minimum dari titik yang akan dituju. Karena, itu sangat berpengaruh pada keselamatan penerjun dan kecepatan parasut. untuk memperhitungkan hal tersebut, banyak ilmuwan yang mengembangkan model numerik masalah terjun payung. Kekuatan yang diberikan oleh hambatan udara sangatlah berpengaruh dengan kecepatan parasut. Ketinggian pesawat untuk memulai lompatan juga harus diperhatikan, supaya penerjun bisa mendarat sesuai pada titik yang ditentukan.[2]

Model matematika untuk gerak parasut dibentuk berdasarkan Hukum II Newton $\sum F = ma$. Dengan m adalah massa penerjun, a adalah percepatan, dan $\sum F$ adalah jumlah dari gaya gravitasi F_g dan gaya hambat udara F_D . Oleh karena itu, $\sum F = F_g + F_D$. Pada gaya hambat udara terdapat koefisien hambat yang mana dipengaruhi oleh besarnya bilangan Reynolds. Bilangan Reynold tergantung juga pada bentuk canopy yang digunakan oleh penerjun. Pada tugas akhir ini yang digunakan adalah canopy yang berbentuk setengah bola dengan bilangan Reynolds $Re > 10^3$ dan dengan koefisien hambat $C_D = 1,33$. [7]

Berdasarkan uraian diatas maka diusulkan tugas akhir tentang, bagaimana pergerakan dan posisi duduk penerjun ketika di udara mulai awal melompat dari pesawat sampai pada posisi penerjun siap untuk membuka parasutnya. Dengan membawa kedalam bentuk matematika maka akan lebih mudah untuk mengetahui berbagai pengaruh sebelum melakukan lompatan. Sehingga penerjun bisa melakukan lompatan dengan selamat dan bisa mendarat pada posisi yang sudah ditentukan.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang akan diselesaikan dalam tugas akhir ini adalah:

1. Bagaimana model matematika dari penerjun payung dengan posisi yang berubah sebelum parasut dibuka ?
2. Bagaimana analisa gerakan tubuh penerjun parasut mulai awal meloncat dari pesawat sampai pada posisi siap membuka parasut ?
3. Bagaimana simulasi penerjun selama penerbangan di udara dengan posisi yang berubah sebelum parasut dibuka ?

1.3 Batasan Masalah

Pada tugas akhir ini batasan masalah sebagai berikut:

1. Kecepatan awal penerjun saat keluar dari pesawat diasumsikan gerak jatuh bebas ($v(0) = 0$).
2. Gerakan rotasi penerjun payung selama diudara searah sumbu x .

1.4 Tujuan

Tujuan dari tugas akhir ini adalah:

1. Mengkonstruksi model matematika dari penerjun payung dari awal keluar dari pesawat sampai pada posisi siap membuka parasut.
2. Melakukan analisa tentang gerakan tubuh penerjun payung dari awal meloncat pesawat sampai pada posisi siap membuka parasut .
3. Mensimulasikan penerjun selama penerbangan di udara dengan posisi yang berubah sebelum parasut dibuka dengan *software* MATLAB.

1.5 Manfaat

Manfaat yang diharapkan dari tugas akhir ini adalah:

1. Diperoleh pengetahuan dan keilmuan tentang penerjun parasut dari awal keluar dari pesawat sampai pada posisi siap membuka parasut.
2. Suatu bentuk kontribusi dalam pengembangan ilmu matematika terapan dibidang fluida.
3. Sebagai literatur penunjang, khususnya bagi mahasiswa yang menempuh jenjang sarjana.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini terdiri dari 5 bab, yaitu:

1. Bab I Pendahuluan

Bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir meliputi Latar Belakang,

Rumusan Masalah, Batasan Masalah, Tujuan, Manfaat, dan Sitematika Penulisan.

2. Bab II Tinjauan Pustaka

Bab ini berisi materi - materi yang mendukung Tugas Akhir ini, antara lain mengenai Parasut, Hukum Newton, Dasar Persamaan Gerak dan Geometri Transformasi.

3. Bab III Metode Penelitian

Bab ini membahas tentang langkah – langkah dan metode yang digunakan untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini.

4. Bab IV Analisis Dan Pembahasan

Bab ini menjabarkan bagaimana konstruksi model matematika pada terjun payung dengan akrobat perubahan posisi sebelum parasut dibuka. Mulai dari penurunan rumus persamaan gerak, Analisa gerak penerjun selama di udara dan simulasi dari model pergerakan penerjun mulai keluar dari pesawat sampai pada posisi siap membuka parasut.

5. Bab V Penutup

Bab ini berisi kesimpulan akhir dari Tugas Akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan dibahas landasan atas teori-teori yang mendukung dalam penyelesaian tugas akhir ini.

2.1 Parasut

Parasut merupakan alat yang digunakan untuk memperlambat gerakan suatu objek di udara dengan menciptakan hambatan udara (*drag*). Drag di dapat dari luas permukaan parasut, jadi semakin luas parasut maka semakin besar beban yang bisa dibawanya. Parasut biasanya digunakan oleh anggota militer, peneliti, pesawat ulang alik, sampai para pecinta olahraga ekstrim. Ketika penerjun payung melompat dari pesawat, hanya ada satu gaya yang bekerja padanya, yaitu gaya gravitasi (berat penerjun) dalam kasus ini penerjun melakukan gerak jatuh bebas. Pada saat penerjun mulai turun, gesekan udara ke atas melawan gerakannya, gesekan ini mulai bertambah sehingga gaya kebawah menjadi berkurang. Meskipun demikian penerjun masih bergerak dipercepat. gaya gesekan udara semakin bertambah, akhirnya gaya gesekan udara sama dengan gaya berat penerjun dan besar gaya tersebut menjadi seimbang sehingga pada waktu tertentu penerjun bergerak dengan kecepatan tetap (konstan). Selanjutnya penerjun payung membuka parasutnya. Luas permukaan yang besar dari parasut menyebabkan gaya gesekan udara yang mengarah ke atas menjadi jauh lebih besar dari pada gaya berat penerjun. Resultan gaya mengarah keatas dan penerjun mengalami perlambatan. Penerjun terus bergerak lambat sehingga akhirnya gaya gesekan dan gaya berat menjadi sama lagi. Pada kedudukan ini penerjun payung sampai di tanah.[5]

2.2 Hukum Newton

- Bunyi hukum I Newton:

“Jika resultan gaya pada suatu benda sama dengan nol, maka benda yang mula – mula diam akan tetap diam. Sedangkan benda yang mula- mula bergerak, akan terus bergerak dengan kecepatan tetap”.

Secara matematis hukum I Newton sering dituliskan sebagai berikut :

$$\sum F = 0$$

dimana $\sum F$ adalah resultan gaya yang bekerja pada benda.

- Bunyi Hukum II Newton:

“Percepatan dari suatu benda akan sebanding dengan jumlah gaya (resultan gaya) yang bekerja pada benda tersebut dan berbanding terbalik dengan massanya”.

Secara matematis hukum tersebut dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\sum F = ma$$

dimana m adalah massa benda dalam satuan kg , a adalah percepatan benda dalam satuan m/s^2 , dan $\sum F$ adalah resultan gaya yang bekerja pada benda.

- Bunyi Hukum III Newton:

“Jika suatu benda mengerjakan gaya pada benda lain maka benda yang dikenai gaya akan mengerjakan gaya yang besarnya sama dengan gaya yang diterima dari benda pertama tetapi arahnya berlawanan”.

Secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut.[4]

$$\sum F_{aksi} = - \sum F_{reaksi}$$

2.3 Dasar Persamaan Gerak

Semua benda yang bergerak melewati fluida seperti air atau udara pasti menimbulkan gaya hambat udara yang cenderung memperlambat pergerakan baik di air atau udara. Pada umumnya dalam melakukan penurunan rumus tentang pergerakan memakai persamaan Navier Stokes. Pada penelitian – penelitian sebelumnya, pergerakan selalu diasumsikan hanya bergerak pada satu dimensi saja seperti contoh bola yang jatuh dari atas ke bawah dan seorang penerjun payung yang hanya bergerak ke arah vertikal saja namun tidak ada pergerakan ke arah horisontalnya dan tidak ada angin sama sekali. dalam pemodelan, sebagian besar buku mengasumsikan bahwa gaya hambat udara yang memperlambat pergerakan dari bola atau penerjun payung berbanding lurus dengan kecepatan jatuhnya tubuh penerjun. Secara matematis persamaan differensial linear untuk pergerakan didefinisikan sebagai berikut:[5]

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv \quad (2.1)$$

Dimana k_1 adalah nilainya konstan, m adalah massa dari tubuh manusia, dan g adalah percepatan gravitasi. Persamaan differensial biasa diatas dapat diselesaikan dengan mudah sebagai fungsi kecepatan terhadap waktu, sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut,

$$v(t) = \frac{mg}{k} \left(1 - \exp\left(\frac{-kt}{m}\right) \right), v(0) = 0 \quad (2.2)$$

Kecepatan terminal $v(t) = mg/k$. Kecepatan terminal merupakan penyelesaian kesetimbangan yang dapat diperoleh dari persamaaan (2.1) tanpa penyelesaian secara fisika. Kecepatan terminal tergantung dari pergerakan

ketika gaya hambat udara hampir sama dengan gaya berat mg dari objek yang jatuh ke bawah.

Pada objek yang bergerak di udara, gaya hambat dapat diasumsikan berbanding lurus dengan kuadrat jarak dari kecepatan v^2 . Secara matematis persamaan gerak dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv^2 \quad (2.3)$$

Kecepatan terminal suatu objek sangat tergantung dari bentuk dan beratnya. Dibawah ini akan ditunjukkan dalam bentuk tabel nilai kecepatan terminal dari berbagai objek [7]:

Tabel 2.1 Besar kecepatan terminal dari berbagai bentuk objek

Objek	Berat (kg)	Kecepatan Terminal(m/s)
Bola Besi	7.3	145
Penerjun Payung	91.6	45 – 80
Bola Sepak	0.41	45
Bola Kasti	0.15	42
Bola Golf	0.05	40
Bola Tennis	0.06	36
Bola Basket	0.6	20
Bola Ping-Pong	0.003	9

2.4 Geometri Transformasi

Transformasi geometri adalah suatu aturan yang menghubungkan suatu titik ke titik lain pada bidang geometri. Transformasi juga merupakan suatu aturan yang memindahkan suatu bangun geometri dari satu posisi ke posisi lain dengan tidak mengubah bentuk bangun tersebut.

- Translasi (pergeseran) adalah suatu transformasi yang memindahkan suatu titik pada bangun geometri sepanjang garis lurus dengan jarak dan arah tertentu. Jika titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh translasi $T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ maka diperoleh bayangan dari A , yaitu $A'(x + a, y + b)$.

- Refleksi (Pencerminan) adalah suatu transformasi yang memindahkan suatu titik pada bangun geometri dengan menggunakan sifat objek dan bayangannya pada cermin datar.

1. jika $A(x, y)$ direfleksikan terhadap sumbu x , maka diperoleh bayangan $A'(x, -y)$.
2. Jika $A(x, y)$ direfleksikan terhadap sumbu y , maka bayangannya adalah $A'(-x, y)$.
3. Jika $A(x, y)$ direfleksikan terhadap garis $y = x$ maka bayangan dari A adalah $A'(y, x)$.
4. Jika $A(x, y)$ direfleksikan terhadap garis $y = -x$, maka bayangan dari A adalah $A'(-y, -x)$.
5. Jika $A(x, y)$ direfleksikan terhadap garis $x = a$, maka bayangan dari A adalah $A'(2a - x, y)$.

- Rotasi (perputaran) adalah suatu transformasi yang memindahkan suatu titik pada bangun geometri dengan memutar titik tersebut terhadap titik pusatnya.

1. Jika titik $A(x, y)$ dirotasikan terhadap titik pusat $O(0, 0)$ sejauh θ , maka bayangan dari titik A adalah $A'(x \cos \theta - y \sin \theta, x \sin \theta + y \cos \theta)$.
2. Jika titik $A(x, y)$ dirotasikan terhadap titik pusat $P(a, b)$ sejauh θ , maka bayangan dari titik A adalah $A'(x', y')$ dengan:

$$x' = a + (x - a) \cos \theta - (y - b) \sin \theta$$

$$y' = b + (x - a) \sin \theta + (y - b) \cos \theta$$

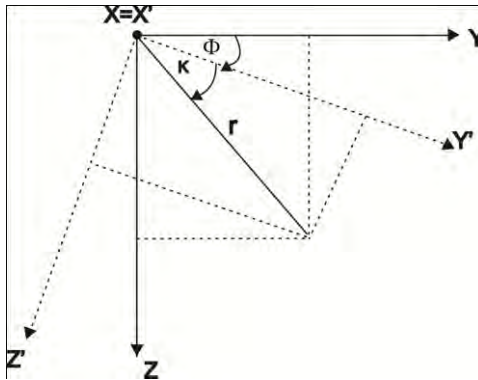
- Dilatasi (perkalian) adalah suatu transformasi yang memindahkan suatu titik pada bangun geometri yang ditentukan oleh titik pusat dilatasi dan faktor skala dilatasi.

1. Jika titik $A(x,y)$ dilatasikan terhadap titik pusat $O(0,0)$ dengan faktor dilatasi k maka bayangan dari A adalah $A'(kx, ky)$.
2. Jika titik $A(x,y)$ dilatasikan terhadap titik pusat $P(a,b)$ dengan faktor dilatasi k maka bayangan dari A adalah $A'(a + k(x - a), b + k(y - b))$.

2.4.1 Transformasi Sumbu koordinat penerjun

Untuk mengetahui koordinat tubuh penerjun terhadap koordinat bumi, maka ditentukan 3 rotasi yaitu [9]:

1. Rotasi pada sumbu x



Gambar 2.1 : Rotasi pada sumbu x

Dari Gambar 2.1 diperoleh hubungan sebagai berikut

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= r \cos k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z' &= r \sin k \\
y &= r \cos(k + \Phi) \\
&= r \cos k \cos \Phi - r \sin k \sin \Phi \\
&= y' \cos \Phi - z' \sin \Phi
\end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\begin{aligned}
z &= r \sin(k + \Phi) \\
&= r \sin k \cos \Phi + r \cos k \sin \Phi \\
&= z' \cos \Phi + y' \sin \Phi
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Dari persamaan 2.4 dan 2.5 dilakukan eliminasi sehingga didapat:

$$\begin{aligned}
z' &= -y \sin \Phi + z \cos \Phi \\
y' &= y \cos \Phi + z \sin \Phi
\end{aligned}$$

sehingga didapat persamaan x', y' dan z' sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
x' &= x \\
y' &= y \cos \Phi + z \sin \Phi \\
z' &= -y \sin \Phi + z \cos \Phi
\end{aligned}$$

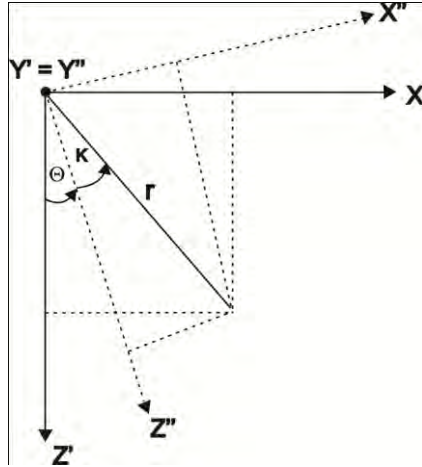
Dan jika ditulis dalam bentuk matriks menjadi :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Sehingga matriks hasil rotasi pada sumbu x adalah sebagai berikut :

$$R_{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix}$$

2. Rotasi pada sumbu y



Gambar 2.2 : Rotasi pada sumbu y

$$\begin{aligned}
 y'' &= y' \\
 x'' &= r \sin k \\
 z'' &= r \cos k \\
 x' &= r \sin(k + \Theta) \\
 &= r \sin k \cos \Theta + r \cos k \sin \Theta \\
 &= x'' \cos \Theta + z'' \sin \Theta
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

$$\begin{aligned}
 z' &= r \cos(k + \Phi) \\
 &= r \cos k \cos \Theta - r \sin k \sin \Theta \\
 &= z'' \cos \Theta - x'' \sin \Theta
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Dari persamaan 2.6 dan 2.7 dilakukan eliminasi sehingga didapat:

$$\begin{aligned}
 z'' &= x' \sin \Theta + z' \cos \Theta \\
 x'' &= x' \cos \Theta - z' \sin \Theta
 \end{aligned}$$

Sehingga didapat persamaan x'' , y'' , z'' sebagai berikut:

$$x'' = x' \cos \Theta - z' \sin \Theta$$

$$y'' = y'$$

$$z'' = x' \sin \Theta + z' \cos \Theta$$

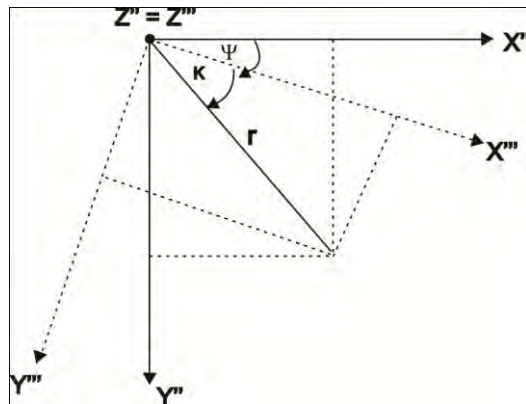
Dan jika ditulis dalam bentuk matriks maka menjadi:

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

Sehingga matriks hasil rotasi pada sumbu y adalah sebagai berikut :

$$R_{\Theta} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix}$$

3. Rotasi pada sumbu z



Gambar 2.3 : Rotasi pada sumbu z

Dari Gambar 2.3, maka diperoleh hubungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 z''' &= z'' \\
 x''' &= r \cos k \\
 y''' &= r \sin k \\
 x'' &= r \cos(k + \psi) \\
 &= r \cos k \cos \psi - r \sin k \sin \psi \\
 &= x''' \cos \psi - y''' \sin \psi
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned}
 y'' &= r \sin(k + \psi) \\
 &= r \sin k \cos \psi + r \cos k \sin \psi \\
 &= y''' \cos \psi + x''' \sin \psi
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Dari persamaan 2.8 dan 2.9 dilakukan eliminasi sehingga didapat:

$$\begin{aligned}
 x''' &= x'' \cos \psi + y'' \sin \psi \\
 y''' &= -x'' \sin \psi + y'' \cos \psi
 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh persamaan x''', y''', z''' sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 x''' &= x'' \cos \psi + y'' \sin \psi \\
 y''' &= -x'' \sin \psi + y'' \cos \psi \\
 z''' &= z''
 \end{aligned}$$

Dan jika persamaan x''', y''', z''' ditulis dalam bentuk matriks menjadi,

$$\begin{bmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix}$$

Sehingga matriks hasil rotasi pada sumbu z adalah sebagai berikut :

$$R_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

BAB III

METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah pada Tugas Akhir. Disamping itu dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan setiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini. Beberapa tahapan penelitian yang dilakukan yaitu :

3.1 Study Literatur

Pada tahap ini akan dilakukan pencarian referensi yang menunjang penelitian ini serta mempelajari lebih dalam tentang hal - hal yang berpengaruh dalam pembuatan model terjun payung.

3.2 Pembentukan Model

Dalam pembentukan model ada beberapa tahapan diantaranya asumsi posisi penerjun setelah melompat dari pesawat, analisa gerak penerjun selama di udara dan penurunan rumus kecepatan dan posisi terhadap waktu serta menganalisa pergerakan penerjun mulai dari gerak jatuh bebas dari pesawat sampai pada posisi siap membuka parasut.

3.3 Penyelesaian Numerik

Dalam tahap ini akan dibuat model persamaan penerjun payung dengan pendekatan Hukum Newton, mulai dari penerjun melakukan terjun bebas dari pesawat, sampai penerjun pada posisi siap membuka parasut.

3.4 Simulai Numerik

Dalam simulasi numerik akan digunakan MATLAB sebagai simulator. Setelah didapat model persamaan dari

terjun payung, selanjutnya akan dibuat algoritma dari persamaan tersebut untuk disimulasikan.

3.5 Kesimpulan

Dalam tahap ini akan diambil kesimpulan dari hasil simulasi numerik yang telah dilakukan.

3.6 Pembuatan Laporan Tugas Akhir

Dalam tahap ini akan dilakukan penulisan dari semua hasil penelitian yang sudah dilakukan.

BAB IV

PEMBAHASAN

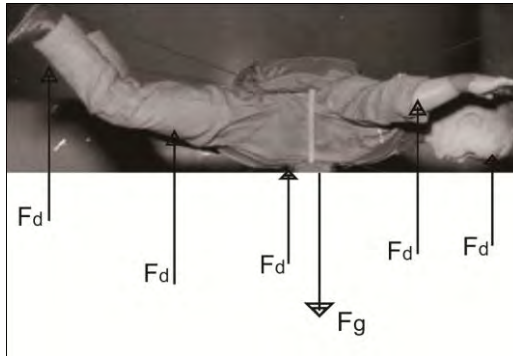
Pada bab ini dibahas tentang langkah – langkah pembentukan model matematika penerjun payung mulai keluar dari pesawat sampai pada posisi siap untuk membuka parasut. Pembentukan model matematika diawali dengan asumsi – asumsi awal posisi penerjun setelah keluar dari pesawat (posisi selama di udara). Selanjutnya dengan menerapkan hukum II Newton dilakukan penurunan rumus terhadap posisi atau konfigurasi tubuh penerjun selama di udara. Dari penurunan rumus akan didapat persamaan kecepatan penerjun terhadap waktu dan posisi penerjun terhadap waktu. Setelah didapatkan persamaan akan dilakukan simulasi menggunakan software MATLAB serta menganalisis dari hasil simulasi.

4.1 Kinematika Penerjun payung

Konstruksi model matematika pada penerjun payung yang akan dibangun adalah mulai keluar dari pesawat sampai pada posisi siap membuka parasut. Pada tugas akhir ini diasumsikan penerjun payung melakukan gerak jatuh bebas dari pesawat dan langsung membuat posisi membentangkan badannya kebawah (Gambar 4.1) sehingga tercipta hambatan udara yang besar.



Gambar 4.1 posisi penerjun payung di udara



Gambar 4.2 Gaya –gaya yang bekerja pada penerjun payung selama di udara

Pada saat penerjun mulai meloncat dari pesawat maka hukum II Newton dapat diterapkan dan dalam hal ini penerjun diasumsikan melakukan gerak jatuh bebas. Selama di udara penerjun melakukan gerak translasi dan rotasi sampai pada posisi siap membuka parasut. Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$\sum F = ma \quad (4.1)$$

$$\text{dimana } \sum F = F_g + F_d \quad (4.2)$$

F_g : gaya gravitasi (gaya berat)

F_d : gaya hambat udara (*drag force*)

Sehingga diperoleh

$$F_g + F_d = ma \quad (4.3)$$

F_g merupakan gaya gravitasi dari penerjun payung yang arahnya selalu menuju pusat bumi sedangkan F_d adalah gaya hambat udara (*Force drag*) yang arahnya selalu berlawanan dengan pergerakan penerjun payung.

m adalah massa keseluruhan yaitu massa penerjun ditambah dengan massa peralatan yang dibawa oleh penerjun (termasuk parasut).

Percepatan merupakan hasil turunan pertama kecepatan terhadap waktu, sehingga persamaan 4.3 menjadi sebagai berikut:

$$F_g + F_d = m \frac{dv}{dt} \quad (4.4)$$

F_g merupakan gaya berat penerjun yang didefinisikan dengan $F_g = mg$ dengan $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ dan *Force drag* diasumsikan berbanding lurus dengan kecepatan, $F_d = -kv$ dengan k adalah koefisien *drag*, sehingga persamaan 4.4 bisa ditulis:

$$\begin{aligned} mg - kv &= m \frac{dv}{dt} \\ \int \frac{dv}{mg - kv} &= \int \frac{dt}{m} \\ -\frac{1}{k} \ln(mg - kv) &= \frac{1}{m} t + c \\ \ln(mg - kv) &= -\frac{k}{m} t - kc \\ (mg - kv) &= e^{\frac{k}{m} t - kc} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(mg - kv) &= e^{-\frac{k}{m}t} e^{-kc} \\
(mg - kv) &= -kce^{-\frac{k}{m}t} \\
kv &= mg + kce^{-\frac{k}{m}t} \\
v(t) &= \frac{mg}{k} + ce^{-\frac{k}{m}t} \quad (4.4)
\end{aligned}$$

Karena penerjun melakukan gerak jatuh bebas maka $v(0) = 0$

$$\begin{aligned}
v(t) &= \frac{mg}{k} + ce^{-\frac{k}{m}t} \\
v(0) &= \frac{mg}{k} + ce^{-\frac{k}{m}(0)} \\
0 &= \frac{mg}{k} + ce^{(0)} \\
c &= -mg/k \quad (4.5)
\end{aligned}$$

Substitusi persamaan (4.5) ke persamaan (4.4) sehingga didapat,

$$\begin{aligned}
v(t) &= \frac{mg}{k} - \frac{mg}{k} e^{-\frac{k}{m}t} \\
v(t) &= \frac{mg}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m}t})
\end{aligned}$$

Sehingga didapatkan persamaan kecepatan penerjun terhadap waktu dengan posisi seperti gambar 4.3 adalah sebagai berikut :

$$v(t) = \frac{mg}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m}t}) \quad (4.6)$$

Untuk posisi penerjun ketika di udara dapat diperoleh dengan mengintegalkan persamaan (4.6)

$$\begin{aligned}
x(t) &= \int v(t) dt \\
x(t) &= \int \frac{mg}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m}t}) dt \\
x(t) &= \int \frac{mg}{k} dt - \int \frac{mg}{k} e^{-\frac{k}{m}t} dt \\
x(t) &= \frac{mg}{k} t - \left(-\frac{m^2 g}{k^2} e^{-\frac{k}{m}t} \right) + c \\
x(t) &= \frac{mg}{k} t + \frac{m^2 g}{k^2} e^{-\frac{k}{m}t} + c \\
x(t) &= \frac{mg}{k} \left(t + \frac{m}{k} e^{-\frac{k}{m}t} \right) + c \tag{4.7}
\end{aligned}$$

Dengan mengasumsikan $x(0) = x_0$ didapat,

$$\begin{aligned}
x(0) &= x_0 \\
x_0 &= \frac{mg}{k} \left(0 + \frac{m}{k} e^{-\frac{k}{m}(0)} \right) + c \\
x_0 &= \frac{m^2 g}{k^2} e^{(0)} + c \\
x_0 &= \frac{m^2 g}{k^2} (1) + c \\
c &= x_0 - \frac{m^2 g}{k^2} \tag{4.8}
\end{aligned}$$

Substitusi persamaan (4.8) ke persamaan (4.7) sehingga persamaannya menjadi,

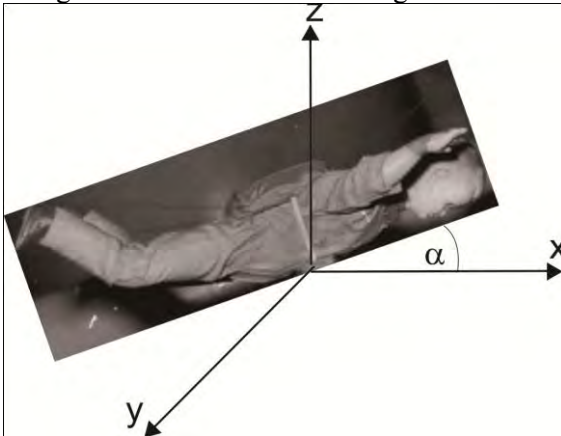
$$\begin{aligned}
x(t) &= \frac{mg}{k} \left(t + \frac{m}{k} e^{-\frac{k}{m}t} \right) + x_0 - \frac{m^2 g}{k^2} \\
x(t) &= \frac{mg}{k} t + \frac{m^2 g}{k^2} e^{-\frac{k}{m}t} + x_0 - \frac{m^2 g}{k^2} \\
x(t) &= x_0 + \frac{mg}{k} t - \frac{m^2 g}{k^2} + \frac{m^2 g}{k^2} e^{-\frac{k}{m}t}
\end{aligned}$$

$$x(t) = x_0 + \frac{mg}{k}t + \frac{m^2g}{k^2}\left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1\right)$$

Sehingga didapatkan persamaan posisi penerjun terhadap waktu dengan posisi seperti gambar 4.3 adalah sebagai berikut:

$$x(t) = x_0 + \frac{mg}{k}t + \frac{m^2g}{k^2}\left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1\right) \quad (4.9)$$

Untuk posisi penerjun seperti gambar 4.4 dapat diperoleh model dengan menurunkan rumus sebagai berikut :



Gambar 4.3 Gerak rotasi posisi penerjun payung di udara

Pada Gambar 4.4 penerjun payung diasumsikan hanya melakukan gerak rotasi terhadap sumbu x sebesar α . Penurunan rumus dimulai dengan hukum kedua newton yaitu : $\sum F = ma$

$$F_g + F_d = ma$$

$$mg \sin \alpha - kv = m \frac{dv}{dt}$$

$$\int \frac{dv}{mg \sin \alpha - kv} = \int \frac{dt}{m}$$

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{k} \ln(mg \sin \alpha - kv) &= \frac{1}{m} t + c \\
\ln(mg \sin \alpha - kv) &= -\frac{k}{m} t - kc \\
(mg \sin \alpha - kv) &= e^{-\frac{k}{m} t - c} \\
(mg \sin \alpha - kv) &= e^{-\frac{k}{m} t} e^{-kc} \\
(mg \sin \alpha - kv) &= -kce^{-\frac{k}{m} t} \\
(mg \sin \alpha - kv) &= -kce^{-\frac{k}{m} t} \\
kv &= mg \sin \alpha + kce^{-\frac{k}{m} t} \\
v(t) &= \frac{mg \sin \alpha}{k} + ce^{-\frac{k}{m} t} \quad (4.10)
\end{aligned}$$

Karena gerak penerjun merupakan gerak jatuh bebas maka

$$\begin{aligned}
v(0) &= 0 \\
v(0) &= \frac{mg \sin \alpha}{k} + ce^{-\frac{k}{m}(0)} \\
0 &= \frac{mg \sin \alpha}{k} + ce^{(0)} \\
0 &= \frac{mg \sin \alpha}{k} + c(1) \\
c &= -\frac{mg \sin \alpha}{k} \quad (4.11)
\end{aligned}$$

Substitusi persamaan (4.11) ke persamaan (4.10) sehingga didapat,

$$v(t) = \frac{mg \sin \alpha}{k} - \frac{mg \sin \alpha}{k} e^{-\frac{k}{m} t}$$

$$v(t) = \frac{mg \sin \alpha}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

Sehingga didapatkan persamaan kecepatan penerjun terhadap waktu dengan posisi seperti gambar 4.4 adalah sebagai berikut :

$$v(t) = \frac{mg \sin \alpha}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right) \quad (4.12)$$

Untuk posisi penerjun ketika di udara dapat diperoleh dengan mengintegrasikan persamaan (4.12)

$$\begin{aligned} x(t) &= \int v(t) dt \\ x(t) &= \int \frac{mg \sin \alpha}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right) dt \\ x(t) &= \int \frac{mg \sin \alpha}{k} dt - \int \frac{mg \sin \alpha}{k} e^{-\frac{k}{m}t} dt \\ x(t) &= \frac{mg \sin \alpha}{k} t - \left(-\frac{m^2 g \sin \alpha}{k^2} e^{-\frac{k}{m}t} \right) + c \\ x(t) &= \frac{mg \sin \alpha}{k} t + \frac{m^2 g \sin \alpha}{k^2} e^{-\frac{k}{m}t} + c \\ x(t) &= \frac{mg \sin \alpha}{k} \left(t + \frac{m}{k} e^{-\frac{k}{m}t} \right) + c \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan persamaan posisi penerjun terhadap waktu dengan posisi seperti Gambar 4.3 adalah sebagai berikut:

$$x(t) = \frac{mg \sin \alpha}{k} \left(t + \frac{m}{k} e^{-\frac{k}{m}t} \right) + c \quad (4.13)$$

Dengan mengasumsikan $x(0) = x_0$ didapat,

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{mg \sin \alpha}{k} \left(0 + \frac{m}{k} e^{-\frac{k}{m}(0)} \right) + c \\ x_0 &= \frac{mg \sin \alpha}{k} \left(\frac{m}{k} e^{(0)} \right) + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_0 &= \frac{mg \sin \alpha}{k} \left(\frac{m}{k} (1) \right) + c \\
 x_0 &= \frac{m^2 g \sin \alpha}{k^2} + c \\
 c &= x_0 - \frac{m^2 g \sin \alpha}{k^2}
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Substitusi persamaan (4.14) ke persamaan (4.13) sehingga persamaannya menjadi,

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \frac{mg \sin \alpha}{k} \left(t + \frac{m}{k} e^{-\frac{k}{m}t} \right) + x_0 - \frac{m^2 g \sin \alpha}{k^2} \\
 x(t) &= \frac{mg \sin \alpha}{k} t + \frac{m^2 g \sin \alpha}{k^2} e^{-\frac{k}{m}t} + x_0 - \frac{m^2 g \sin \alpha}{k^2} \\
 x(t) &= x_0 + \frac{mg \sin \alpha}{k} t - \frac{m^2 g \sin \alpha}{k^2} + \frac{m^2 g \sin \alpha}{k^2} e^{-\frac{k}{m}t} \\
 x(t) &= x_0 + \frac{mg \sin \alpha}{k} t + \frac{m^2 g \sin \alpha}{k^2} \left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1 \right)
 \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan persamaan posisi penerjun terhadap waktu dengan posisi seperti gambar 4.3 adalah sebagai berikut:

$$x(t) = x_0 + \frac{mg \sin \alpha}{k} t + \frac{m^2 g \sin \alpha}{k^2} \left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1 \right) \tag{4.15}$$

4.2 Kecepatan terminal

Kecepatan terminal penerjun adalah kecepatan yang dicapai oleh penerjun ketika gaya gravitasi besarnya sama dengan gaya hambat udara (kecepatan konstan). Sesuai dengan Hukum II Newton, maka resultan gaya yang bekerja pada benda akan sama dengan 0. Dan sesuai dengan Hukum I Newton, ketika resultan gaya yang bekerja pada benda sama dengan 0 maka benda cenderung tetap diam atau bergerak dengan kecepatan konstan. Saat penerjun mencapai kecepatan terminal inilah waktu yang tepat untuk membuka parasut dengan tetap memperhatikan lingkungan sekitar.[5]

Sehingga besar kecepatan terminal bisa diperoleh dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\sum F &= m \cdot a \\ F_g + F_d &= m \cdot a \\ F_g + F_d &= m \cdot \frac{dv}{dt}\end{aligned}$$

Karena kecepatan penerjun konstan maka $\frac{dv}{dt} = 0$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}F_g + F_d &= 0 \\ F_g &= -F_d \\ mg &= -(-kv) \\ mg &= kv \\ v_T &= mg/k\end{aligned}$$

Sehingga didapat persamaan untuk mencari kecepatan terminal sebagai berikut : $v_T = mg/k$

4.3 Simulasi dan Analisis

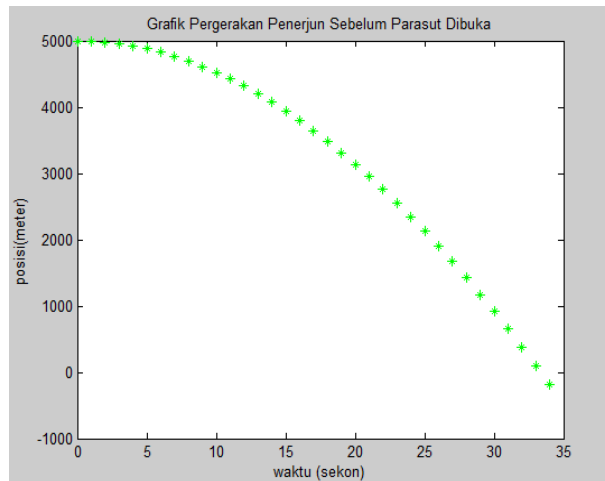
Pada sub bab ini dilakukan simulasi dari persamaan-persamaan gerak terjun payung yang sudah diperoleh dari perhitungan sebelumnya. Dari hasil simulasi akan dilakukan analisa terhadap Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka selama di udara.

- **Simulasi 1**

Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka:

Parameter :

$$\begin{aligned}x_0 &= 5000 \text{ m} & C_d &= 1.33 \\ m &= 91.6 \text{ kg} & A &= 0.9 \\ g &= 9.8 \text{ m/s}^2 & \rho &= 1.2 \text{ kg/m}^3 \\ t &= 35 \text{ sekon}\end{aligned}$$



Gambar 4.4 : Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka

Berdasarkan hasil dari simulasi 1 pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka, Dapat dilihat bahwa penerjun payung melakukan lompatan dari pesawat pada ketinggian 5000 meter dengan luas penampang sebesar 0.9 m^2 dan pada detik $ke - 33$ penerjun sampai pada ketinggian 376,98 meter. Saat inilah batas aman penerjun untuk membuka parasutnya. Jika penerjun membuka parasut lebih dari detik $ke - 33$ maka keselamatan penerjun sangat dikhawatirkan. Selama di udara penerjun mengalami gaya hambat udara sehingga pergerakan penerjun tidak cenderung kebawah melainkan kesamping atau membentuk lintasan parabola.

- **Simulasi 2**

Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka:

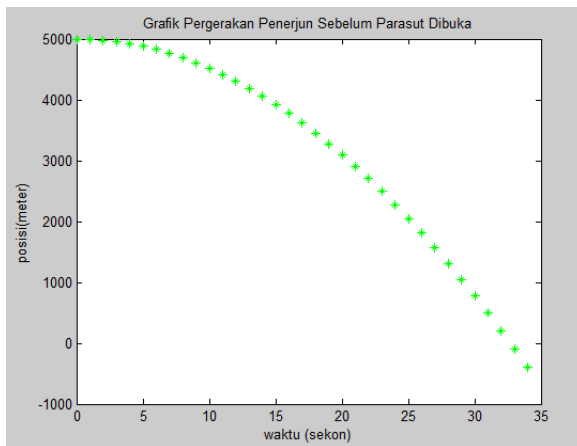
Parameter :

$$x_0 = 5000 \text{ m} \quad C_d = 1.33$$

$$m = 91.6 \text{ kg} \quad A = 0.5$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2 \quad \rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$$

$$t = 35 \text{ sekon}$$



Gambar 4.5 : Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka

Pada simulasi 2, Diasumsikan penerjun melompat dari pesawat pada ketinggian 5000 meter, dengan luas penampang tubuh penerjun sebesar 0.5 m^2 maka pada detik ke – 33 penerjun sampai pada ketinggian 207,63 meter. Jika pada ketinggian ini penerjun baru membuka parasut maka hal ini cukup berbahaya karena jarak yang sudah cukup dekat dengan tanah. Jadi lebih baik penerjun membuka parasutnya pada waktu sebelumnya.

- **Simulasi 3**

Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka:

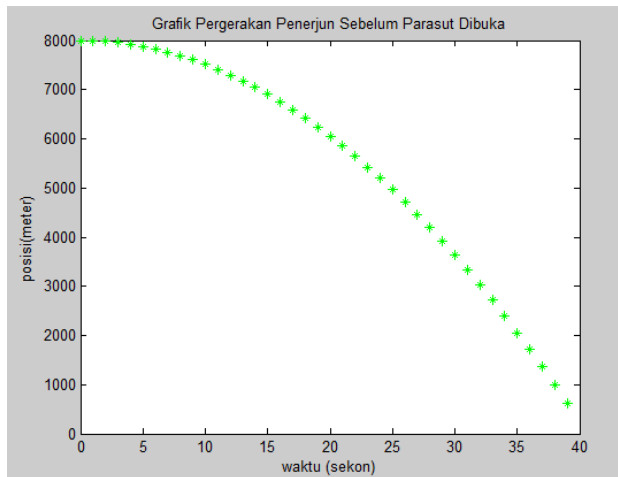
Parameter :

$$x_0 = 8000 \text{ m} \quad C_d = 1.33$$

$$m = 91.6 \text{ kg} \quad A = 0.1$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2 \quad \rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$$

$$t = 40 \text{ sekon}$$



Gambar 4.6 : Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka

Pada simulasi 3, Diasumsikan penerjun melompat dari pesawat pada ketinggian 8000 meter, dengan luas penampang tubuh penerjun sebesar 0.1 m^2 maka pada detik ke - 40 penerjun sampai pada ketinggian 630,795 meter. Jadi pada detik ke - 40 masih dapat dikatakan waktu aman untuk membuka parasut. Namun jika lebih dari

itu penerjun payung baru membuka parasutnya maka bisa fatal akibatnya, Karena penerjun sudah mencapai tanah sebelum parasut dibuka.

- **Simulasi 4**

Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka:

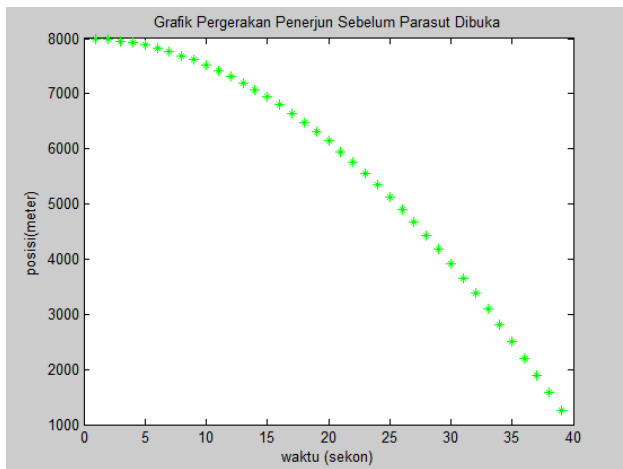
Parameter :

$$x_0 = 8000 \text{ m} \quad C_d = 1.33$$

$$m = 91.6 \text{ kg} \quad A = 0.25$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2 \quad \rho = 1 \text{ kg/m}^3$$

$$t = 30 \text{ sekon}$$



Gambar 4.6 : Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka

Pada simulasi 4, Diasumsikan penerjun melompat dari pesawat pada ketinggian 8000 meter, dengan luas penampang tubuh penerjun sebesar 0.9 m^2 maka pada

detik $ke - 40$ penerjun sampai pada ketinggian 1.252,1 meter.

Pada simulasi 1 dan 2 penerjun payung diasumsikan melompat dari pesawat pada ketinggian yang sama yaitu 5000 meter. Namun pergerakan penerjun payung lebih cepat pada simulasi 2 hal ini dikarenakan luas penampang pada tubuh penerjun pada simulasi 2 lebih kecil dari pada luas penampang pada tubuh penerjun pada simulasi 1 sehingga gaya yang menghambat pergerakan penerjun pada simulasi 2 jauh lebih kecil. Demikian pula yang terjadi pada simulasi 3 dan 4. Pada simulasi 3 hambatan udara lebih kecil jika dibandingkan dengan hambatan udara pada simulasi 4 sehingga pergerakan penerjun pada simulasi 3 jauh lebih cepat.

4.3.1 Analisis kecepatan terminal penerjun payung

Kecepatan terminal terjun payung merupakan kecepatan dimana besar nilai gaya berat benda (W) penerjun sama dengan besar nilai gaya drag (F_d) atau hambatan udara. Gaya berat yang menyebabkan penerjun bergerak vertikal kebawah suatu saat akan sama nilainya dengan gaya hambat udara. karena gaya berat bernilai konstan sedangkan gaya hambat udara semakin semakin meningkat nilainya. Gaya berat memiliki nilai konstan karena hanya dipengaruhi oleh massa dan gravitasi. Sedangkan gaya hambat udara memiliki nilai yang bervariasi sesuai dengan kecepatan penerjun payung. Pada saat penerjun melompat dari pesawat, gaya yang menyebabkan penerjun bergerak adalah gaya berat. Karena penerjun memiliki percepatan gravitasi dari gaya berat maka benda akan bergerak dengan kecepatan yang semakin cepat setiap saat. Namun pada saat penerjun jatuh bebas juga terdapat gaya hambat udara yang dipengaruhi oleh

kecepatan penerjun. Jadi disatu sisi gaya berat menambah kecepatan benda namun disisi lain dengan bertambahnya kecepatan juga menambah gaya hambat udara. Gaya hambat udara merupakan gaya penahan yang disebabkan oleh aliran fluida terhadap benda yang bergerak. Dengan bertambahnya gaya hambat udara dan konstannya gaya berat maka suatu saat akan terdapat kesetimbangan, yang artinya besar gaya hambat udara sama dengan besar gaya berat. Sesuai dengan Hukum II Newton, maka resultan gaya yang bekerja pada benda akan sama dengan 0. Dan sesuai dengan Hukum I Newton, ketika resultan gaya yang bekerja pada benda sama dengan 0 maka benda cenderung tetap diam atau bergerak dengan kecepatan konstan.

LAMPIRAN A
Posisi Penerjun Selama di udara

- **Simulasi 1**

Waktu (sekon)	Posisi Penerjun (meter)	Waktu (sekon)	Posisi Penerjun (meter)
1	5.000	14	4.199,3
2	4.995,1	15	4.073,8
3	4.980,5	16	3.939,5
4	4.956,2	17	3.796,5
5	4.922,4	18	3.644,8
6	4.879,1	19	3.484,5
7	4.826,3	20	3.315,8
8	4.764,2	21	3.128,6
9	4.692,9	22	2.953,0
10	4.612,3	23	2.759,1
11	4.522,6	24	2.556,9
12	4.423,8	25	2.346,6

13	4.316,0	26	2.128,2
27	1.901,7	32	650,51
28	1.667,2	33	376,98
29	1.424,7	34	95,83
30	1.174,5	35	-192,89
31	916,35		

- **Simulasi 2**

Waktu (sekon)	Posisi Penerjun (meter)	Waktu (sekon)	Posisi Penerjun (meter)
1	5.000	16	3.921,1
2	4.995,1	17	3.774,2
3	4.980,5	18	3.618,2
4	4.956,1	19	3.453,1
5	4.922,1	20	3.278,9
6	4.878,4	21	3.095,7
7	4.825,1	22	2.903,5
8	4.762,3	23	2.702,4
9	4.690,0	24	3.492,3
10	4.608,2	25	2.273,4
11	4.517,0	26	2.045,7
12	4.416,5	27	1.809,2
13	4.306,5	28	1.563,9
14	4.187,5	29	1.309,9
15	4.058,8	30	1.047,3

31	775,98	34	-89,3517
32	496,09	35	-394,82
33	207,63		

- **Simulasi 3**

Waktu (sekon)	Posisi Penerjun (meter)	Waktu (sekon)	Posisi Penerjun (meter)
1	8.000	16	6.902,3
2	7.995,1	17	6.751,4
3	7.980,4	18	6.590,9
4	7.955,9	19	6.420,7
5	7.921,7	20	6.240,8
6	7.877,7	21	6.051,3
7	7.823,9	22	5.852,2
8	7.760,4	23	5.643,5
9	7.687,1	24	5.425,1
10	7.604,1	25	5.197,2
11	7.511,4	26	4.959,6
12	7.409,0	27	4.712,5
13	7.296,9	28	4.455,7
14	7.175,0	29	4.189,4
15	7.043,5	30	3.913,6

31	3.628,2	36	2.058,0
32	3.333,2	37	1.715,5
33	3.028,7	38	1.363,4
34	2.714,7	39	1.001,8
35	2.391,1	40	630,795

- **Simulasi 4**

Waktu (sekon)	Posisi Penerjun (meter)	Waktu (sekon)	Posisi Penerjun (meter)
1	8.000	16	6.939,5
2	7.995,1	17	6.796,5
3	7.980,5	18	6.644,8
4	7.956,2	19	6.484,5
5	7.922,4	20	6.315,8
6	7.879,1	21	6.138,6
7	7.826,3	22	5.953,0
8	7.764,2	23	5.759,1
9	7.692,9	24	5.556,9
10	7.612,3	25	5.346,6
11	7.522,6	26	5.128,2
12	7.423,8	27	4.901,7
13	7.316,0	28	4.667,2
14	7.199,3	29	4.424,7
15	7.073,8	30	4.174,5

31	3.916,4	36	2.510,9
32	3.650,5	37	2.207,2
33	3.377,0	38	1.896,1
34	3.095,8	39	1.577,7
35	2.807,1	40	1.252,1

LAMPIRAN B

Source Code

- Program matlab pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka

```
function varargout = GUI(varargin)
% GUI M-file for GUI.fig
%     GUI, by itself, creates a new GUI or
raises the existing
%     singleton*.
%
%     H = GUI returns the handle to a new
GUI or the handle to
%     the existing singleton*.
%
%
GUI('CALLBACK',hObject,eventData,handles,...
.) calls the local
%     function named CALLBACK in GUI.M
with the given input arguments.
%
%     GUI('Property','Value',...) creates
a new GUI or raises the
%     existing singleton*. Starting from
the left, property value pairs are
%     applied to the GUI before
GUI_OpeningFcn gets called. An
%     unrecognized property name or
invalid value makes property application
%     stop. All inputs are passed to
GUI_OpeningFcn via varargin.
%
%     *See GUI Options on GUIDE's Tools
menu. Choose "GUI allows only one
%     instance to run (singleton)".
%
```

```

% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES

% Edit the above text to modify the
response to help GUI

% Last Modified by GUIDE v2.5 16-Jul-2016
06:23:07

% Begin initialization code - DO NOT EDIT
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',
mfilename, ...
                  'gui_Singleton',
gui_Singleton, ...
                  'gui_OpeningFcn',
@GUI_OpeningFcn, ...
                  'gui_OutputFcn',
@GUI_OutputFcn, ...
                  'gui_LayoutFcn',    [],
...
                  'gui_Callback',    []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback =
str2func(varargin{1});
end

if nargout
    [varargout{1:nargout}] =
gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT

% --- Executes just before GUI is made
visible.
function GUI_OpeningFcn(hObject, eventdata,
handles, varargin)

```



```

% This function has no output args, see
OutputFcn.
% hObject      handle to figure
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and
user data (see GUIDATA)
% varargin     command line arguments to GUI
(see VARARGIN)
% Choose default command line output for
GUI
handles.output = hObject;
% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% UIWAIT makes GUI wait for user response
(see UIRESUME)
% uiwait(handles.figure1);

% --- Outputs from this function are
returned to the command line.
function varargout = GUI_OutputFcn(hObject,
eventdata, handles)
% varargout    cell array for returning
output args (see VARARGOUT);
% hObject      handle to figure
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and
user data (see GUIDATA)

% Get default command line output from
handles structure
varargout{1} = handles.output;

function x0_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to x0 (see GCBO)

```

```

% eventdata reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and
user data (see GUIDATA)
% Hints: get(hObject,'String') returns
contents of x0 as text
%          str2double(get(hObject,'String'))
returns contents of x0 as a double

% --- Executes during object creation,
after setting all properties.
function x0_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to x0 (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      empty - handles not created
until after all CreateFcns called
% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%          See ISPC and COMPUTER.
if ispc &&
isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function m_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to m (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and
user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns
contents of m as text
%          str2double(get(hObject,'String'))
returns contents of m as a double

```

```

% --- Executes during object creation,
after setting all properties.
function m_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to m (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      empty - handles not created
until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%           See ISPC and COMPUTER.
if ispc &&
isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function g_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to g (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and
user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns
contents of g as text
%           str2double(get(hObject,'String'))
returns contents of g as a double

% --- Executes during object creation,
after setting all properties.
function g_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to g (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB

```

```

% handles      empty - handles not created
until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%           See ISPC and COMPUTER.
if ispc &&
isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function Cd_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to Cd (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and
user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns
contents of Cd as text
%           str2double(get(hObject,'String'))
returns contents of Cd as a double

% --- Executes during object creation,
after setting all properties.
function Cd_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to Cd (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      empty - handles not created
until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%           See ISPC and COMPUTER.

```

```

if ispc &&
isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function v0_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to v0 (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and
user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns
contents of v0 as text
%           str2double(get(hObject,'String'))
returns contents of v0 as a double

% --- Executes during object creation,
after setting all properties.
function v0_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to v0 (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      empty - handles not created
until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%           See ISPC and COMPUTER.
if ispc &&
isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```

function A_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to A (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and
user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns
contents of A as text
%           str2double(get(hObject,'String'))
returns contents of A as a double

% --- Executes during object creation,
after setting all properties.
function A_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to A (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      empty - handles not created
until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%           See ISPC and COMPUTER.
if ispc &&
isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function Rho_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to Rho (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and
user data (see GUIDATA)

```

```

% Hints: get(hObject,'String') returns
contents of Rho as text
%         str2double(get(hObject,'String'))
returns contents of Rho as a double

% --- Executes during object creation,
after setting all properties.
function Rho_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to Rho (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      empty - handles not created
until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%         See ISPC and COMPUTER.
if ispc &&
isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function t_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to t (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and
user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns
contents of t as text
%         str2double(get(hObject,'String'))
returns contents of t as a double
% --- Executes during object creation,
after setting all properties.

```

```

function t_CreateFcn(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to t (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      empty - handles not created
until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white
background on Windows.
%           See ISPC and COMPUTER.
if ispc &&
isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

% --- Executes on button press in Draw.
function Draw_Callback(hObject, eventdata,
handles)
% hObject      handle to Draw (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and
user data (see GUIDATA)
A=str2num(get(handles.A, 'string'));
m=str2num(get(handles.m, 'string'));
g=str2num(get(handles.g, 'string'));
Cd=str2num(get(handles.Cd, 'string'));
t=str2num(get(handles.t, 'string'));
rho=str2num(get(handles.Rho, 'string'));
% dt=0.1;
x0=str2num(get(handles.x0, 'string'));

k = 0.5*rho*Cd*A;

idx = get(handles.daftarFungsi, 'Value')

axes(handles.axes1);

```



```

cla reset;

if x0<4000||m<50||A>1||0.5>rho||t>45||1>Cd
    h = msgbox({'Mohon maaf' 'Terjun dengan
ketinggian ini terlalu
berbahaya'}, 'Error', 'error');
else
    if idx == 1

        for i=1:t
            waktu(i)=(i-1);
            %kecepatan
            v(i)=m*g/k*(1-exp(-
k*waktu(i)/m));
            %v(i)=v(i-1)+(g-(Cd/m)*v(i-
1))*(tt(i)-tt(i-1));
            title('Grafik kecepatan
terhadap waktu');
            xlabel('waktu (sekon)');
            ylabel('kecepatan(m/s)');
            axes(handles.axes1);
            plot(waktu(i),v(i),'*g');
            hold on;
            pause(0.1);
        end

    elseif idx == 2

        for i=1:t
            waktu(i)=(i-1);

            x(i)=x0-
(m*g*waktu(i))/k+(m^2*g)/(k^2)*(-exp(-
k*waktu(i)/m)+1);

            title('Grafik posisi penerjun
selama di udara');
            xlabel('waktu (sekon)');
            ylabel('ketinggian (m)')

```

```

        axes(handles.axes1);
        plot(waktu(i),x(i),'*g');
        hold on;
        pause(0.1);
    end

end

end

% --- Executes on selection change in
daftarFungsi.
function daftarFungsi_Callback(hObject,
eventdata, handles)
% hObject      handle to daftarFungsi (see
GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      structure with handles and
user data (see GUIDATA)

% Hints: contents =
cellstr(get(hObject,'String')) returns
daftarFungsi contents as cell array
%           contents{get(hObject,'Value')}
returns selected item from daftarFungsi

% --- Executes during object creation,
after setting all properties.
function daftarFungsi_CreateFcn(hObject,
eventdata, handles)
% hObject      handle to daftarFungsi (see
GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a
future version of MATLAB
% handles      empty - handles not created
until after all CreateFcns called

% Hint: popupmenu controls usually have a
white background on Windows.

```

```
%           See ISPC and COMPUTER.  
if ispc &&  
isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),  
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))  
    set(hObject,'BackgroundColor','white');  
end
```


BAB V

PENUTUP

Pada bab ini, diberikan kesimpulan yang diperoleh dari Tugas Akhir ini serta saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal berikut:

1. Model matematika dari pergerakan penerjun payung dengan perubahan posisi adalah sebagai berikut :

- Gerak translasi

$$v(t) = \frac{mg}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m}t})$$

$$x(t) = x_0 + \frac{mg}{k}t + \frac{m^2g}{k^2} \left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1 \right)$$

- Gerak Rotasi

$$v(t) = \frac{mg \sin \alpha}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m}t})$$

$$x(t) = x_0 + \frac{mg \sin \alpha}{k}t + \frac{m^2g \sin \alpha}{k^2} \left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1 \right)$$

2. Waktu yang aman digunakan penerjun payung untuk membuka parasutnya jika ia melompat dari pesawat pada ketinggian 5000 meter adalah sebelum pada detik ke 33 yaitu pada ketinggian sekitar ± 400 meter tentunya dengan tetap memperhatikan lingkungan sekitar.
3. Besar kecepatan terminal penerjun tergantung berat dan posisi tubuh penerjun selama di udara.

5.2 Saran

Pada Tugas Akhir ini, konstruksi model matematika penerjun dimulai dari loncat dari pesawat sampai pada posisi siap untuk membuka parasut. Oleh karena itu, untuk penelitian selanjutnya konstruksi model dapat dimulai dari meloncat dari pesawat sampai pada posisi penerjun mendarat di tanah atau pada titik yang diinginkan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Moniuszko, J. (2010). **Modelling dynamics and aerodynamics tests of a sport parachute jumper during flight in sitfly position.** Polnad. Vol. 12 No. 3
- [2] Ru-Yi, T. (2013). **Characteristic Analysis of Flying Process of Dispensed Object with Deceleration Parachute.** Vol. 3. No. 1
- [3] Rani, S. (2013). **Dasar- dasar pemrograman Matlab.** Yogyakarta.
- [4] Dosen-dosen Fisika FMIPA ITS. (2008). **Fisika 1 seri C.** Surabaya : Yanasika.
- [5] Meade, Douglas B. & Struthers, Allan A. (1999). **Differential Equations in the New Millenium: the Parachute Problem.** Dept.of Mathematic University of South Carolina, Colombia.
- [6] Young, Hugh D. & Freedman, Roger A. (2002). *Fisika Universitas (terjemahan).* Jakarta : Erlangga.
- [7] Long, Lyle N.(1999). **Velocity dependence of Aerodynamic drag.** Univercity park. Washington.
- [8] Assoc. Prof. Eng. Cotorus Laura Diana, Ph.D. (2016). **Technical-medical Approach of Biomechanical and Behavioral Factors in order to Improve Life Quality.** Brasov.
- [9] Purnawan, Heri. (2014). **Desain Sistem Kendali Linear Quadratic regulator (LQR) Untuk**

Kestabilan Terbang LSU-05. Tugas Akhir. Jurusan
Matematika ITS.

BIODATA PENULIS



Penulis bernama Asmianto, dan biasa dipanggil ian. Penulis lahir di Jombang, 20 Januari 1994. Penulis merupakan putra kedua dari pasangan suami istri Paino dan Surat Minah. Penulis menempuh pendidikan formal dimulai dari TK Melati Putih Sumbernongko Ngusikan – Jombang (1998 - 2000). SDN Sumbernongko 1 Ngusikan – Jombang (2000 -2006), SMP Negeri Ngusikan Jombang (2006 - 2009) dan SMA Negeri Ploso – Jombang (2009 - 2012). Kemudian Penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di jurusan Matematika ITS Surabaya pada tahun 2012 dengan NRP 1212 100 057. Di jurusan Matematika, Penulis mengambil bidang minat Matematika Terapan. Selama kuliah, Penulis mengikuti berbagai organisasi diantaranya UKM WE&T ITS sebagai staff HRD (Human Researc Development), UKM Cinta Rebana ITS sebagai staff Ahli Dept. Kreatif, LDJ Matematika ITS Sebagai Ketua Umum dan di PMII Sepuluh Nopember sebagai Kepala Departemen Spiritual dan Tradisi. Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: asmianto57@gmail.com